

►Kovalévskaja, Sonia (1850-1891)

Escrito por María Molero Aparicio (Liceo Español de París) y Adela Salvador Alcaide (U. P. Madrid, E. T. S. I. C)



Sonia Kovalévskaya fue una matemática rusa del siglo XIX, que para poder estudiar en la universidad tuvo que salir fuera de Rusia, pedir permisos especiales para asistir a clase y solicitar clases particulares a ilustres matemáticos. Después de obtener el doctorado en Matemáticas, a pesar de que ninguna universidad en Europa admitía a una mujer como profesora, consiguió serlo en la entonces recién creada Universidad de Estocolmo.

Sus investigaciones se centran en el Análisis Matemático. Su nombre ha pasado a la historia por el Teorema de Cauchy-Kovaleskaya. Su especialización, por lo que en su época fue conocida en toda Europa, era la teoría de funciones abelianas. Su trabajo sobre los anillos de Saturno representa su aportación a la matemática aplicada. Su mayor éxito matemático fue su investigación sobre la rotación de un sólido alrededor de un punto fijo por el que obtuvo el Premio Bordin de la Academia de Ciencias de París. Su trabajo póstumo, una simplificación de un Teorema de Bruns.

Sonja, Sofja, Sonya, Sophie, Sophia, Sonia, Sofya, son algunos de los nombres que hacen referencia a esta mujer excepcional como escritora, como matemática y como persona. No sólo fue la primera mujer que se doctoró en Matemáticas y consiguió ser profesora de Universidad, sino que también escribió obras literarias.

El relato de su corta vida es fascinante. Comenzó en un pueblecito de Rusia, donde vivió su adolescencia y desde allí, en una época en la que las mujeres carecían totalmente de autonomía y les estaba totalmente prohibido asistir a la universidad, su genio matemático, su espíritu libre y su especial personalidad para superar las barreras que se interponían a sus aspiraciones, le permitieron alcanzar las más altas cotas del pensamiento científico. Su talento literario, plasmado en su obra autobiográfica *Recuerdos de la infancia*, nos conmueve. Llegó a ser amiga y colega de los más grandes matemáticos de la época como Weierstrass, Poincaré, Chebichev, Hermite, Picard, Mittag-Leffler, etc., y de científicos y literatos como Darwin, Elliot, Ibsen, Mendeleyev, Dostoyesky, etc. Todo esto podía ser suficiente para interesarnos por su vida, pero, ante todo fue "una gran matemática" creativa, original e innovadora.

Su vida

El 15 de enero de 1850 nació en Moscú, Sofía Vassilíevna Korvin-Krukovskaya, a la que familiarmente llamaron Sonia. Su padre Vasili Korvin-Krukovski era general de artillería y su madre Elizaveta Shubert, veinte años más joven que su marido, era hija del astrónomo de origen alemán Fiodor Fiodorovitch Schubert. Ambos pertenecían a la nobleza rusa y frecuentaban los ambientes intelectuales. Fue la segunda hija del matrimonio. Su hermana Aniuta era seis años mayor y Fedia, su hermano menor, era tres años más pequeño.

Cuando Sonia tenía seis años su padre se retiró del ejército y se estableció en la hacienda patrimonial de Palibino. La pasión de Sonia hacia las Matemáticas surgió en su niñez escuchando los relatos de su tío Piotr Vassilievitch que, sin ser matemático, le transmitió un profundo interés por esta Ciencia, tratando temas como la cuadratura del círculo, la noción de asíntota y otras consideraciones sobre el infinito.

A los trece años empezó a mostrar muy buenas cualidades para el álgebra, pero su padre decidió frenar los estudios de su hija. Ella consiguió hacerse con una copia de *El Álgebra* de Bourdon y la mantenía escondida para leerla cuando toda la casa dormía. Un vecino profesor de física, Nikolai Nikanorovich Tyrtov, dejó a la familia una copia de su nuevo libro que Sonia comenzó a estudiar. Cuando Tyrtov escuchó sus explicaciones y

las deducciones que había hecho de todo aquello que no conocía quedó estupefacto y recomendó a su padre que facilitara a su hija el estudio de las Matemáticas.

En 1865, la familia de Sonia se trasladó a San Petersburgo para que ella y su hermano menor pudieran seguir estudiando. Estudió geometría analítica y cálculo infinitesimal con el profesor Alexandre Nikoláyevitch Strannoliubski. Éste quedó asombrado por la rapidez con la que comprendía complejos conceptos matemáticos como asíntota o límite pues "parecía que los hubiera sabido de antemano". Y Sonia recordó que cuando fueron a vivir al campo no había suficiente papel pintado para todas las habitaciones y el cuarto de los niños fue empapelado con un libro litografiado de Ostrogradski sobre cálculo diferencial e integral. De esta manera se había familiarizado con muchas fórmulas matemáticas, y a pesar de que para ella, en aquella época, carecían de sentido, cuando comenzó a estudiar esos conceptos tuvo la sensación de que ya los conocía.

En Rusia, entre la juventud, había surgido un movimiento denominado nihilismo¹ que preconizaba la liberación de los esclavos, la emancipación de la mujer, la importancia de la educación y de la ciencia, además de revelarse contra todo tipo de autoridad. Como estaba prohibido el acceso de las mujeres a la universidad, las jóvenes habían encontrado una forma muy curiosa para salir de Rusia y poder estudiar. La estrategia consistía en convencer a un joven, que compartiera estas mismas ideas, a contraer un matrimonio de conveniencia. Sonia acompañaba siempre a su hermana Aniuta y a las amigas de ésta, a pesar de que eran mayores que ella, y como tantas jóvenes rusas, compartían estas ideas. Un día, Aniuta y una amiga, decidieron ponerlas en práctica. El elegido fue Vladimir Kovalevski, un joven que quería continuar sus estudios en Alemania. Sin embargo su respuesta las desconcertó, ya que aceptaba el juego, pero era con Sonia con quien quería casarse. A pesar de la oposición de su padre, pues Sonia sólo tenía 18 años, lograron convencerlo. La boda se celebró ese mismo año, 1868.

En la primavera de 1869 la pareja se estableció en Heidelberg. Pero al llegar se dieron cuenta de que allí tampoco estaba permitido el acceso de las mujeres a la universidad, aunque después de muchos esfuerzos, Sonia consiguió un permiso para que la admitieran como oyente. Estudió con los profesores P. du Bois-Raymond y L. Koenigsberger. En otoño de 1870 Sonia decidió ir a Berlín para estudiar con Karl Weierstrass (1815-1897), a quien consideraba "el padre del Análisis Matemático". Como allí tampoco estaba permitido el acceso de las mujeres a las actividades universitarias, incluso de forma mucho más firme, ya que no podían ni escuchar las conferencias, se dirigió directamente a Weierstrass para pedirle clases particulares.

El célebre profesor, un hombre de 55 años, comprensivo y simpático, se mostró perplejo ante la petición de Sonia y, para ponerla a prueba, le dio un conjunto de problemas preparados para sus alumnos más avanzados. Cuando una semana más tarde llegó Sonia con los problemas resueltos, Weierstrass dudó, pero la invitó a sentarse y al examinar cuidadosamente su trabajo, observó asombrado que no sólo sus soluciones eran exactas, sino que además eran ingeniosas, claras y originales. Weierstrass, impresionado por su talento matemático, sintió hacia ella una especial ternura y a partir de ese momento se convirtió en su amigo más fiel, que siempre la apoyó y animó en su trabajo. Durante los cuatro años siguientes la admitió como alumna particular dándole clases gratuitas.

En 1874 Weierstrass consideró que los trabajos de Sonia eran suficientes para obtener un doctorado. Como en Berlín era imposible, habló con un antiguo alumno suyo, Lazarus Fuchs de la Universidad de Göttingen, para que se le concediera el doctorado sin examen oral, sólo con los trabajos entregados. Después de una enorme cantidad de gestiones, la Universidad aceptó y Sonia presentó tres trabajos de investigación, el primero *Sobre la teoría de ecuaciones en derivadas parciales*, el segundo *Suplementos y observaciones a las investigaciones de Laplace sobre la forma de los anillos de Saturno* y el tercero *Sobre la reducción de una determinada clase de integrales abelianas de tercer orden a integrales elípticas*. Su primer trabajo fue aceptado como tesis doctoral y se le concedió el grado de doctora "cum laude"

Sonia ya era doctora, sin embargo no encontraba trabajo en ninguna universidad de Europa por lo que volvió a Rusia con su marido donde solicitó un permiso para presentarse a una prueba que le permitiera enseñar en una universidad rusa, pero el Ministro de Educación se lo denegó. Ese invierno murió su padre de una enfermedad cardíaca. El aislamiento y el dolor en que quedó sumida y la necesidad de afecto y consuelo, la unió cada vez más a Vladimir y poco a poco fueron cambiando sus relaciones de amistad por las de marido y mujer.

En San Petersburgo los Kovalevski se introdujeron enseguida en el círculo social más distinguido de la ciudad, donde llevaron una vida mundana repleta de fiestas y de lujo. Sonia había abandonado las matemáticas, se dedicaba a la literatura y escribía en un periódico artículos científicos y críticas de teatro. Vladimir tenía una editorial en la que publicaba obras de popularización científica. En 1878 nació su hija, llamada familiarmente Fufa.

En enero de 1880 fue invitada por Chevichev a dar una conferencia para el Sexto Congreso de Ciencias Naturales. Eligió una disertación sobre integrales abelianas. En una noche la tradujo al ruso y, cuando la presentó, entusiasmó al público, entre el que estaba Gösta Mittag-Leffler, alumno de Weierstrass, que había ido al congreso para escucharla y convencerla, de parte del maestro, para que reanudara su trabajo

matemático.

Sonia decidió volver a una vida dedicada a las Matemáticas en el extranjero. Primero fue a Berlín, donde Weierstrass le aconsejó que trabajara sobre la propagación de la luz en un medio cristalino, después a París donde conoció a Hermite, Poincaré y Picard, y fue elegida miembro de la Sociedad Matemática. El 15 de abril de 1883 murió su marido.

El 11 de noviembre de 1883, a propuesta de Mittag-Leffler, fue aceptada como profesora en la Universidad de Estocolmo. El puesto docente que se le ofrecía durante ese primer año, en el que se pretendía probar su competencia, no era oficialmente remunerado, la pagaban sus alumnos y a través de una suscripción popular. Su llegada fue un acontecimiento que salió en la prensa y un periódico la saludaba como “princesa de la ciencia” a lo que ella replicó: “¡Una princesa! Si tan sólo me asignaran un salario” [3]. El curso siguiente fue nombrada oficialmente profesora por un periodo de cinco años.

En Estocolmo colaboró en la redacción del *Acta Mathematica*, una revista internacional fundada por Mittag-Leffler en 1882 que después de más de un siglo sigue teniendo vigencia, lo que le permitió estar en contacto con matemáticos de todo el mundo.

En junio de 1886, en un viaje a París, decidió ocuparse de un problema matemático con el que podía obtener el Premio Bordin de la Academia de Ciencias de París. En los primeros meses de 1888, Sonia encontró casualmente a Máximo Kovalévski, jurista ruso y pariente lejano de su marido. Desde su primer encuentro sintió por él una gran simpatía y admiración y poco a poco sus sentimientos se fueron transformando en un amor apasionado. Durante todo el año, la vida de Sonia fue una continua lucha entre su amor a Máximo y su trabajo matemático. En la víspera de Navidad de 1888, la Academia de Ciencias de París, en una sesión solemne, le concedió el Premio Bordin por su trabajo: *Sobre el problema de la rotación de un cuerpo alrededor de un punto fijo*. Se anunció que el trabajo ganador, escogido entre quince presentaciones anónimas era tan elegante que se había añadido al premio un suplemento de 2.000 francos. Esta distinción científica no era sólo una de las más grandes que una mujer había recibido nunca, sino una de las más altas que cualquier hombre hubiera querido alcanzar.

En mayo de 1889 fue nombrada profesora vitalicia en Estocolmo, con la valoración positiva de Bjerknes y Hermite. En otoño de 1889 amplió y pulió la memoria por la que había recibido el premio Bordin separándola en dos trabajos. A uno de ellos la Academia Sueca le otorgó un premio de 1.500 coronas. Fue nombrada miembro honorífico de la Academia de Ciencias de San Petersburgo pero no consiguió ser miembro de pleno derecho a pesar de sus esfuerzos por conseguirlo.

Cuando llegó a Estocolmo de un viaje se encontraba muy mal, pero dio clase durante dos días, hasta que llegó el fin de semana en el que cayó exhausta. El 10 de febrero de 1891, la enfermedad tuvo más fuerza que ella. La noticia de su muerte conmovió a todo el mundo. Matemáticos, artistas e intelectuales de toda Europa enviaron telegramas y flores. En todos los periódicos y revistas aparecieron artículos alabando a esta mujer excepcional.

Su obra

El **teorema de Cauchy-Kovalévskaya** [16],[9] formaba parte del trabajo por el que obtuvo el doctorado. Fue publicado en *Crelle's Journal*. Es un teorema de existencia y unicidad de soluciones de una ecuación en derivadas parciales de orden k con condiciones iniciales para funciones analíticas. En 1842 Cauchy había demostrado la existencia de solución de una ecuación en derivadas parciales lineales de primer orden. En la misma época, Weierstrass, que no conocía los trabajos de Cauchy, demostró la existencia y "unicidad" de la solución para un sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias y propone a Sonia extender estos resultados a un sistema de ecuaciones en derivadas parciales. Este teorema, elaborado independientemente del de Cauchy, generaliza sus resultados y establece unas demostraciones tan simples, completas y elegantes que son las que se exponen en la actualidad en los libros de Análisis.

MÉMOIRES
PRÉSENTÉS PAR DIVERS SAVANTS
A L'ACADÉMIE DES SCIENCES
DE L'INSTITUT NATIONAL DE FRANCE.
TOME XXXI. — N° 1.

MÉMOIRE
SUR
UN CAS PARTICULIER DU PROBLÈME
DE LA ROTATION D'UN CORPS PESANT
AUTOUR D'UN POINT FIXE,
OÙ L'INTÉGRATION EST EFFECTUÉE À L'AIDE DE FONCTIONS
ULTRAELLIPTIQUES DU TEMPS.
PAR
M^{ME} SOPHIE DE KOWALEVSKY.

§ I.

Le problème de la rotation d'un corps grave autour d'un point fixe peut être ramené, comme on sait, à l'intégration du système d'équations différentielles suivant :

$$1) \begin{cases} A \frac{dx}{dt} = (B-C)qr + Mg(x, y' - z, y), & \frac{dx}{dt} = y'x' - y'q, \\ B \frac{dy}{dt} = (C-A)rp + Mg(z, y - x, y), & \frac{dy}{dt} = y'p - y'r, \\ C \frac{dz}{dt} = (A-B)pq + Mg(x, y' - z, y), & \frac{dz}{dt} = y'q - y'p. \end{cases}$$

A, B, C désignent les moments d'inertie principaux du mobile;

Act. Mathem. t. XXXI. — N° 1.

(5)

Su trabajo sobre **funciones abelianas** fue otro de los que presentó para su tesis. Su investigación en este campo trataba del estudio de los casos en los que las funciones abelianas² pueden reducirse a integrales elípticas y fue publicado en el *Acta Mathematica*. Las funciones abelianas eran uno de los temas de investigación más importantes del siglo XIX, Legendre las clasificó, Abel y Jacobi de manera independiente obtuvieron los principales resultados respecto a estas funciones. Riemann y Weierstrass resolvieron simultáneamente el problema general de la inversión de estas integrales. Sonia estudió los casos en los que las integrales abelianas de tercer orden pueden reducirse a integrales elípticas, aunque no era un problema de la parte central de la teoría, su logro más importante fue el hecho de reemplazar un criterio trascendente por uno algebraico. Además su especialización en este campo contribuyó favorablemente al reconocimiento que tuvo Sonia entre los matemáticos de la época.

Otra de las memorias presentadas para obtener el doctorado trataba de la forma y estabilidad de los **anillos de Saturno**, publicada en la revista de Astronomía *Astronomische Nachrichten* en 1885. Laplace (1799), en su tratado de Mecánica Celeste, había formulado las condiciones de equilibrio de fuerzas, suponiendo que los anillos eran fluidos, de sección elíptica y hacía varias aproximaciones en el cálculo del potencial del anillo. Sin embargo Maxwell (1859) había mostrado que era muy improbable que el anillo pudiera tener cualquier estructura continua, como el trabajo de Laplace había postulado. Sonia abandonó la hipótesis de elipticidad y,

utilizando un desarrollo en serie de Fourier, resolvió un sistema con infinitas variables por el método de aproximaciones sucesivas. En un artículo que publicó comentaba que los últimos trabajos de Maxwell hacían poco aceptable la hipótesis de la estructura líquida de los anillos y que éstos estaban formados por partículas de hielo y rocas, como posteriormente se demostró. Muchos autores han comentado que el resultado más importante de Kovalévskaya sobre los anillos de Saturno fue determinar su forma oval. Otros [2] opinan que lo más significativo de su trabajo fue plantear dos problemas importantes en matemática aplicada como son el análisis de errores y la estabilidad, además de proponer, de manera heurística, técnicas para resolver ecuaciones integrales, que fueron desarrolladas de forma rigurosa por Hammerstein en 1930.

Sus investigaciones sobre la **propagación de la luz en un medio cristalino**, [10] fueron una propuesta de Weierstrass que la orientó a determinar las soluciones de las ecuaciones de Lamé. Éste era un problema de Física en la época de Fresnel; Gabriel Lamé, en 1866, lo había convertido en matemático, pero para determinar la solución tuvo que recurrir a la hipótesis de la existencia de éter rodeando la materia que vibra. Sonia en su trabajo prescinde de esta hipótesis.

Otro resultado sobre ecuaciones en derivadas parciales fue una demostración simplificada del **teorema de Burns** [12] publicada después de su muerte en el *Acta Mathematica*. En esta demostración utilizaba una parametrización de una superficie para obtener una ecuación a la que podía aplicar el teorema de Cauchy-Kovalévskaya y obtener fácilmente la solución.

Posiblemente la investigación más importante fue la que realizó sobre la **rotación de un cuerpo sólido alrededor de un punto fijo** [16], [11] por la que recibió el Premio Bordin de la Academia de Ciencias de París y más tarde el premio de la Academia de Ciencias de Suecia. Ambos trabajos fueron publicados en el *Acta Mathematica*. Una de las aplicaciones más importantes de la mecánica newtoniana es el estudio del movimiento de un cuerpo. Leonhard Euler (1758) había resuelto el problema cuando el punto respecto al que gira es el centro de gravedad. J. L. Lagrange (1811-1815), el de un cuerpo de revolución que gira alrededor de un eje. Pero estaba sin resolver el caso general. La Academia de Ciencias de Prusia había propuesto este problema para un concurso los años 1855 y 1858, pero nadie se había presentado. Sonia resolvió de forma analítica las ecuaciones del movimiento. Planteó un sistema de seis ecuaciones diferenciales, consideró el tiempo como una variable compleja y analizó los casos en los que las seis funciones implicadas, las tres componentes del vector velocidad angular y las tres del vector unitario vertical (aceleración de la gravedad), eran funciones meromorfas del tiempo, con este planteamiento los movimientos estudiados por Euler y Lagrange eran casos particulares, además encontró un tercer caso y lo estudió. Con ello este problema quedaba analíticamente resuelto.

Su libro autobiográfico "*Recuerdos de la infancia*", [3], [13] un relato que nos narra las vivencias y los sentimientos de su niñez, además de describir los problemas y los ideales de la sociedad rusa en la segunda mitad del siglo XIX, fue traducido al sueco y publicado con el título *Las hermanas Rajevsky*. Sonia formó con su amiga Anne-Charlotte Leffler, hermana de Mittag, una sociedad literaria que firmaba con el pseudónimo Korvin-Leffler. El primer resultado de esa colaboración fue una obra de teatro "*La lucha por la felicidad*" que se publicó en 1887. Cuando Sonia murió, Anne escribió su biografía [3], [15]. Su novela póstuma "*Vera Barantsova*", que contaba la historia de una joven mártir revolucionaria, fue publicada en Suecia (1892) por sus amigos a partir de sus manuscritos no revisados y en Rusia (1906) con el título "*Una nihilista*" [14].

Su dedicación simultánea a las investigaciones matemáticas y a la literatura causó un cierto desconcierto en muchas de las personas de su alrededor. En una carta escrita por Sonia [3] comentaba que no era nada extraño, ya que tanto el poeta como el matemático deben ser capaces de profundizar en la realidad y de esta forma ver lo que los demás no ven. Además la Matemática, para ella, era la Ciencia que exigía más imaginación.

Bibliografía

- [1] ALIC, M. (1991): El legado de Hipatia. Historia de las mujeres desde la Antigüedad hasta fines del siglo XIX. Siglo veintiuno editores, Madrid, 192-203.
- [2] COOKE, R. (1984): The Mathematics of Sonya Kovalevskaya. Springer Verlag, New York.
- [3] DETRAZ, J. (1993): Kovalevskaja: l'aventure d'une mathématicienne. Belin, París.
- [4] DUBREIL-JACOTIN, M. L. (1948): Figures de Mathématiciennes, "Les grands courants de la pensée mathématique". F. Le Lionnais (ed.). Cahiers du sud, Paris, 262-266.
- [5] FIGUEIRAS, L.; MOLERO, M.; SALVADOR, A.; ZUASTI, N. (1998): Género y Matemáticas. Editorial Síntesis, Madrid, 170-182.
- [6] FIGUEIRAS, L.; MOLERO, M.; SALVADOR, A.; ZUASTI, N. (1998): El juego de Ada. Matemáticas en las Matemáticas. Proyecto Sur de Ediciones, S. L. Granada, 129-145.
- [7] KOBLITZ, A. H. (1983) A Convergence of Lives: Sophia Kovalskaia: Scientist, Writer,

Revolutionary. Birkhaeuser, Boston.

- [8] KOBLITZ, A. H. (1987): Sofia Vasilevna Kovalevskaya, "Women of Mathematics. A bibliographic sourcebook". L. S. Grinstein, P. J. Campbell (ed.). Greenwood Press, Westport, Connecticut, 103-113.
- [9] KOVALEVSKAYA, S. V. (1875): Zur theorie der partiellen Differentialgleichungen. "Crelle Journal", 80, 1-32.
- [10] KOVALEVSKAYA, S. V. (1884): Sur la propagation de la lumière dans un milieu cristallisé. "Comptes rendus", 98, 356-357.
- [11] KOVALEVSKAYA, S. V. (1889): Mémoire sur un cas particulier de la rotation d'un corps solide autour d'un point fixe. "Acta Mathematica", 12, 177-232.
- [12] KOVALEVSKAYA, S. V. (1891): Sur un théorème de M. Bruns. "Acta Mathematica", 15, 45-52.
- [13] KOVALEVSKAYA, S. V. (1978): A Russian Childhood. Sofya Kovalevskaya. B. Stillman, (ed.). Springer-Verlag, New York.
- [14] KOVALEVSKAYA, S. V. (1892): The Nihilist Woman. Volnaya Russkaya, Geneva.
- [15] LEFFLER, A. (1895): Sonja Kovalevsky. Reclam, Leipzig. Traducido al francés en [3].
- [16] MEARES, K. A.: The Works of Sonya Kovalevskaya (extracto de un artículo).
- [17] MOLERO, M. y SALVADOR, A. (2002): Sonia Kovalévskaya. Ed. Orto, Madrid.
- [18] RAPPAPORT, K. D. (1981): S. Kovalevsky: A Mathematical Lesson. "The American Mathematical Monthly", 88, 564-573. Sección 12.2 del menú en: www.matharticles.com
- [19] SOLSONA, N. (1997): Mujeres Científicas de todos los tiempos. Talasa, Madrid.

Más en la web:

- [20] BURSLEM, T.: Sofia Vasilevna Kovalevskaya.
<http://turnbull.dcs.st-and.ac.uk/history/Miscellaneous/Kovalevskaya/biog.html>
- [21] COOKE, R.: The life of S. V. Kovalevskaya.
<http://www.emba.uvm.edu/~cooke/svklife.pdf>
- [22] O'CONNOR, J. J.; ROBERTSON, E. F.: Sofia Vasilyevna Kovalevskaya.
<http://www-history.mcs.st-andrews.ac.uk/history/Mathematicians/Kovalevskaya.html>
- [23] WILSON B.: Sofia Kovalevskaya.
<http://www.agnesscott.edu/lriddle/women/kova.htm>

Y en la web en castellano:

- [24] BELL E. T.: Los grandes matemáticos.
<http://www.geocities.com/grandesmatematicos/cap22.html>

Notas:

¹ El nihilismo debe su nombre a la novela *Padres e hijos* de Turgenev, fue un movimiento político de la juventud rusa progresista de esta época que era considerado radical por el gobierno zarista.

² Una función abeliana es una integral de la forma $F(x) = \int_0^x R(t,u)dt$, siendo $R(t,u)$ una función racional y las variables t y u están relacionadas por una ecuación polinómica $P(t,u) = 0$; es decir la integral de una función racional sobre una curva algebraica.